徹底解説!! “Exchange, Structure, and Symmetry in Occupational Mobility” by M. E. Sobel, M. Hout and O. D. Duncan

太郎丸 博

2008 年 1 月 24 日

以下では、Michael E. Sobel et al. (1985) で扱われているモデルについて解説する。読者には、太郎丸博 (2005) 程度の対数線形モデルの知識があるという前提で書いていく。

1　SHD モデルの意義

Sobel, Hout and Duncan のモデル（以下 SHD モデルと略称）は、構造移動と交換移動を対数線形モデルであらわすためのモデルである。彼らの交換移動の概念は独特で、あまり一般の階層研究者の注目は惹かないと思うが、構造移動の効果をパラメータで表したいという場合 [*1]には重宝するかもしれない。そういう意味では、価値のあるモデルである。

2　対数線形モデルのもう一つの表現

Sobel et al. (1985) では、モデルを対数線形のかたちで表していない。セルの期待度数をパラメータの積で表している。まずはこの表記法について解説しよう。いま R 行 $\times R$ 列の移動表があるとしよう。この移動表の i 行 j 列目のセルの期待度数を F_{ij} と表記する。彼らの言う準対称モデル (quasi-symmetry model) は、以下のようにあらわされる。

$$F_{ij} = \alpha_j \beta_i \beta_j \delta_{ij} \tag{1}$$

ただし、$\prod_j \alpha_j = 1$, $\beta_i = \beta_j$ if $i = j$, $\delta_{ij} = \delta_{ji}$ if $i \neq j$, $\delta_{ij} = 1$ if $i = j$ である。ふつう対数線形モデルでは、期待度数の対数をパラメータの和で表現する。それゆえ、式 1 は対数線形モデルではないように見える。しかし、実際には対数線形モデルの両辺の指数をとったものにすぎない。式 1

[*1] 例えば 竹之下弘久 (2005) を参照。

の両辺の対数をとると、

$$
\begin{aligned}
\log F_{ij} &= \log(\alpha_j \beta_i \beta_j \delta_{ij}) \\
&= \log \alpha_j + \log \beta_i + \log \beta_j + \log \delta_{ij}
\end{aligned} \tag{2}
$$

さらに、$\log \alpha_j = A_j$、$\log \beta_i = B_i$、$\log \beta_j = B_j$、$\log \delta_{ij} = \Delta_{ij}$ を式 2 に代入すると、

$$
\log F_{ij} = A_j + B_i + B_j + \Delta_{ij} \tag{3}
$$

と表現できる。この式は普通の対数線形モデルになっている。$\exp A_j = \alpha_j$ であるから、逆に考えれば、式 3 の両辺の指数をとったものが式 1 であるといってもよい。それゆえ、式 1 のすべてのパラメータはかならず 0 よりも大きくなる。両者は等価であるから、どちらを使ってもよいが、英米の社会学の雑誌では、式 1 の表現が頻繁に用いられている。

3 SHD モデルのパラメータの意味

β_i は父職の周辺度数の効果である。子職の周辺度数の効果は, $\beta_j \alpha_j$ で表現される。β_j は父職の周辺度数の効果と同じ値をとるが、一般的には父職と子職の周辺度数は一致するとは限らないので、そのずれを調整するのが α_j である。この α_j が構造効果の大きさと解釈される。もしも $\alpha_j = 1$ ならば、構造移動がまったく存在しないと解釈される。

そして δ_{ij} が交換移動の効果である。これが大きいほど、相対的に多くの人が i 行 j 列に属することになる。すなわち、このパラメータは階層 i から階層 j への移動の「程度」を表す。ただし、$\delta_{ij} = 1$ if $i = j$ と仮定されているので、対角線上では必ず 1 をとる。δ_{ij} が 1 よりも大きい値をとるということは、父と同じ i という階層よりも j という階層への移動の程度が大きいということになる（このような事態はめったに起きない)。また、$\delta_{ij} = \delta_{ji}$ if $i \neq j$, なので、主体各線を中心に対象の位置にある δ_{ij} と δ_{ji} は同じ値をとる。周辺度数の効果は、β_i, $\beta_j \alpha_j$ でコントロールされるので、交換移動とは出身階層と到達階層のある特殊な交互作用効果のパターンである。これが Sobel たちの「交換移動」の意味である。

また、SHD モデルの特徴は切片が存在しないということである。それゆえ、β_i, β_j の大きさが総度数の大きさの影響を受ける。

M. E. Sobel (1983) では、周辺度数をコントロールしても構造移動を取り除いたことにはならないことが主張されているが、SHD モデルでは構造移動の効果は周辺度数の効果の一部と考えられるので、周辺度数をコントロールすれば構造移動は取り除いたことになる。彼らの議論が異様なのは、$\delta_{ij} = \delta_{ji}$ となるような移動しか交換移動と見なさない点である。確かに「交換」という言葉から考えれば、$\delta_{ij} = \delta_{ji}$ という制約はそれほど異様ではないが、Sobel たちも認めるように機会の不平等や社会移動の特徴をつかむうえでは、このような制約がいつも適切というわけではない。SHD モデルの当てはまりが悪ければ、 association モデルでもコアモデルでもいいが、データの分布を適切につかむモデルを使うのがよいだろう。

3.1 $\alpha_j,\ \delta_{ij}$ は移動率, 人数, あるいは?

$\alpha_j,\ \delta_{ij}$ は、構造効果、交換効果とでも呼ぶべきもので、移動率や人数とは対応しない。素直な解釈は Sobel et al. (1985) がそうしているように、オッズとの関係で考えることだろう。階層 i から階層 j に移動する人の数は、式 (1) より、$F_{ij} = \alpha_j\beta_i\beta_j\delta_{ij}$ である。また階層 i にとどまる人の数の期待値は、式 (1) の制約条件より $i = j, \delta_{ii} = 1$ だから $F_{ii} = \alpha_i\beta_i^2$ である。両者のオッズを計算すると、

$$\begin{aligned}\frac{F_{ij}}{F_{ii}} &= \frac{\alpha_j\beta_i\beta_j\delta_{ij}}{\alpha_i\beta_i^2} \\ &= \frac{\alpha_j}{\alpha_i} \times \frac{\beta_j}{\beta_i} \times \delta_{ij} \end{aligned} \tag{4}$$

となる。すなわち、オッズは上記のような 3 つの項の積に分解して考えられる。それゆえ δ_{ij} が大きいほど、i から j への移動が起こりやすいということになる。また、階層 i と j の間のオッズ比を計算すると、

$$\begin{aligned}\frac{F_{ii}F_{jj}}{F_{ij}F_{ji}} &= \frac{\alpha_i\beta_i^2 \times \alpha_j\beta_j^2}{\alpha_i\beta_j\beta_i\delta_{ji} \times \alpha_j\beta_i\beta_j\delta_{ij}} \\ &= \frac{1}{\delta_{ij}\delta_{ji}} \\ &= \frac{1}{\delta_{ij}^2} \end{aligned} \tag{5}$$

である。すなわち、δ_{ij} が小さいほど i と j のあいだで移動は起こりにくく、逆に δ_{ij} が大きいほど移動が起こりやすいと解釈できる。

4 LEM でのプログラムの実行

LEM は切片を自動的にモデルに加えるので、式 1 のパラメータをそのまま推定することはできない。ここでは、

$$F_{ij} = \gamma_0\alpha_j\gamma_i\gamma_j\delta_{ij} \tag{6}$$

とする [*2]。パラメータの制約は $\prod_j \alpha_j = \prod_i \gamma_i = \prod_j \gamma_j = 1$, $\gamma_i = \gamma_j$ if $i = j$, $\delta_{ij} = \delta_{ji}$ if $i \neq j$, $\delta_{ij} = 1$ if $i = j$ である。γ_0 が切片で、$\gamma_i,\ \gamma_j$ が $\beta_i,\ \beta_j$ の代わりである。式 6 では、切片を加えたので、パラメータが 1 つ増えているが、そのぶん $\prod_i \gamma_i = \prod_j \gamma_j = 1$ としてパラメータの制約を 1 つ増やしているので、推定するパラメータの数に変化はない。$\sqrt{\gamma_0}\gamma_i = \beta_i,\ \sqrt{\gamma_0}\gamma_j = \beta_j$ を式 6 に代入すると、式 1 がえられるので、実質的には式 1 と式 6 は同じモデルと考えてよいだろう。このモデルを、Sobel et al. (1985) の Table 2 にあるブラジルの移動表のデータにあてはめてみよう。LEM のプログラムは下記のようになるだろう。

[*2] このあたりを考えるうえで、静岡大学の竹之下弘久さんのご助言をいただきました。記して謝意を表します。もちろん間違いがあればすべて私の責任です。

```
man 2
dim 6 6
lab O D
mod {D spe(O, D, 1a) fac(OD, 15)}
des[0 1 2  3   4  5
    1 0 6  7   8  9
    2 6 0 10  11 12
    3 7 10 0  13 14
    4 8 11 13  0 15
    5 9 12 14 15  0]
dat [33 12 10 3 0 0
    14 25 16 3 2 0
    13 16 68 2 16 1
    6 30 39 74 61 7
    5 16 26 45 132 24
    1 9 29 41 142 116]
```

このプログラムのうち mod {D spe(O, D, 1a) fac(OD, 15)}がモデルの指定であるが、D が α_j に対応し、spe(O, D, 1a) が γ_i, γ_j に、そして fac(OD, 15) が δ_{ij} に対応する。切片の γ_0 は自動的にモデルに含まれる。このプログラムで推定されたパラメータは以下のようになる。

```
effect           beta  std err  z-value   exp(beta)     Wald  df  prob
main           4.1459                       63.1745
D
 1             1.1877   0.2411    4.927      3.2796
 2             1.1731   0.1915    6.127      3.2319
 3             0.9286   0.1622    5.726      2.5309
 4            -0.7268   0.1496   -4.860      0.4834
 5            -0.3341   0.1416   -2.359      0.7160
 6            -2.2285                        0.1077   155.52   5 0.000
spe(O,D,1a)
 1            -0.9184   0.1427   -6.435      0.3991
 2            -1.0500   0.1289   -8.144      0.3499
 3            -0.4275   0.0991   -4.314      0.6521
 4             0.4424   0.0929    4.760      1.5565
 5             0.5355   0.0841    6.369      1.7083   195.28   5 0.000
fac(OD)
 1            -0.7929   0.2367   -3.350      0.4525
 2            -1.4241   0.2347   -6.067      0.2407
 3            -2.7979   0.3714   -7.533      0.0609
 4            -3.5387   0.4704   -7.523      0.0291
 5            -5.8656   1.0201   -5.750      0.0028
 6            -0.9540   0.2125   -4.489      0.3852
 7            -1.3543   0.2338   -5.793      0.2581
 8            -2.1142   0.2750   -7.688      0.1207
 9            -3.5226   0.3830   -9.198      0.0295
```

```
10          -1.5506   0.1961   -7.907      0.2121
11          -1.6939   0.1843   -9.192      0.1838
12          -2.7055   0.2389  -11.326      0.0668
13          -0.6422   0.1223   -5.250      0.5261
14          -1.6095   0.1774   -9.071      0.2000
15          -0.7935   0.1239   -6.403      0.4523   418.89   15 0.000
```

`exp(beta)` が式 6 の推定値に対応する。構造移動の効果と交換移動の効果は α_j と δ_{ij} で表現される。

このパラメータの推定値や L^2 の値が Sobel et al. (1985) のものと若干異なる。どこかに誤植があるのか、私のプログラムにミスがあると思われるが原因は不明である。

【文献】

Sobel, M. E., 1983, "Structural Mobility, Circulation Mobility and the Analysis of Occupational Mobility: A Conceptual Mismatch," *American Sociological Review,* 48(5): p721 – 727.

Sobel, M. E., M. Hout, & O. D. Duncan, 1985, "Exchange, Structure, and Symmetry in Occupational Mobility.," *American Journal of Sociology,* 91(2): p359 – 372.

竹之下弘久, 2005,「国境を越える移動に伴う階層移動　出身国の職業と現職に関する移動表分析」『ソシオロジ』50(2): 53–68.

太郎丸博, 2005, 『人文・社会科学のためのカテゴリカル・データ解析入門』ナカニシヤ出版.